

## Zestawy prac kontrolnych z matematyki dla klasy III LOd semestr VI

### ZESTAW nr 1 „Prawdopodobieństwo warunkowe”

1. Co nazywamy prawdopodobieństwem warunkowym? Podaj wzór i własności prawdopodobieństwa warunkowego.
2. Spośród trzystu sportowców uczestniczących w zgrupowaniu dwustu pięćdziesięciu trenuje piłkę nożną, stu trenuje piłkę ręczną, a siedemdziesięciu pięciu uprawia oba te sporty. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wybrany sportowiec trenuje piłkę nożną, jeżeli wiadomo, że trenuje on również piłkę ręczną.
3. W urnie jest czternaście kul: sześć białych i osiem czarnych. Wyjmujemy losowo bez zwracania dwie kule jedną po drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że druga wylosowana kula jest czarna, jeżeli pierwsza jest biała.
4. Do sygnalizacji awaryjnej urządzenia użyto tylko dwóch sygnalizatorów pracujących niezależnie. Prawdopodobieństwo włączenia się przy awarii pierwszego sygnalizatora jest równe 0,95, a drugiego jest równe 0,90. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że przy awarii włączy się tylko jeden sygnalizator.

### ZESTAW nr 2 „Prawdopodobieństwo całkowite”

1. Podaj twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.
2. Przeciętnie w ciągu 24 dni, w których odbywają się zajęcia szkolne, Paweł 12 razy jedzie do szkoły rowerem, 8 razy autobusem, a 4 razy idzie piechotą. Jadąc rowerem, spóźnia się w jednym przypadku na 60, autobusem – w jednym na 20, a idąc pieszo – w jednym na 10. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że Paweł spóźni się do szkoły.
3. W magazynie znajdują się żarówki produkowane przez trzy różne zakłady produkcyjne. Zakład pierwszy wyprodukował 25%, zakład drugi 35%, a zakład trzeci 40% ogólnej liczby żarówek znajdujących się w magazynie. Produkcja w pierwszym zakładzie zawiera 2%, w drugim 4%, a w trzecim 5% żarówek wadliwych. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wybrana żarówka jest dobra.
4. W pierwszym naczyniu jest sześć kul białych i cztery kule czarne, a w drugim naczyniu cztery kule białe i osiem kul czarnych. Rzucamy symetryczną kostką do gry. Jeżeli wypadnie liczba oczek podzielna przez 3, to losujemy bez zwracania dwie kule z naczynia pierwszego, w przeciwnym przypadku z naczynia drugiego. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowano dwie kule białe.

### ZESTAW nr 3 „Arkusz maturalny”

W poniższych przykładowych zadaniach maturalnych zaznacz prawidłową odpowiedź i rozwiąż te zadania (zapisz obliczenia, sposób rozwiązania, podstawienia itp).

W zadaniach 1.–24. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba 0,6 jest jednym z przybliżeń liczby  $\frac{5}{8}$ . Błąd względny tego przybliżenia, wyrażony w procentach, jest równy

- A. 0,025%      B. 2,5%      C. 0,04%      D. 4%

**Zadanie 2. (0–1)**

Dany jest okrąg o środku  $S = (-6, -8)$  i promieniu 2014. Obrazem tego okręgu w symetrii osiowej względem osi  $Oy$  jest okrąg o środku w punkcie  $S_1$ . Odległość między punktami  $S$  i  $S_1$  jest równa

- A. 12      B. 16      C. 2014      D. 4028

**Zadanie 3. (0–1)**

Rozwiązaniami równania  $(x^3 - 8)(x - 5)(2x + 1) = 0$  są liczby

- A. -8; -5; 1      B. -1; 5; 8      C.  $-\frac{1}{2}$ ; 2; 5      D.  $-\frac{1}{2}$ ; 5; 8

**Zadanie 4. (0–1)**

Cena towaru została podwyższona o 30%, a po pewnym czasie nową, wyższą cenę ponownie podwyższono, tym razem o 10%. W rezultacie obu podwyżek wyjściowa cena towaru zwiększyła się o

- A. 15%      B. 20%      C. 40%      D. 43%

**Zadanie 5. (0–1)**

Dane są dwie funkcje określone dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x$  wzorami  $f(x) = -5x + 1$  oraz  $g(x) = 5^x$ . Liczba punktów wspólnych wykresów tych funkcji jest równa

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0

**Zadanie 6. (0–1)**

Wyrażenie  $(3x+1+y)^2$  jest równe

- A.  $3x^2 + y^2 + 1$
- B.  $9x^2 + 6x + y^2 + 1$
- C.  $3x^2 + y^2 + 6xy + 6x + 1$
- D.  $9x^2 + y^2 + 6xy + 6x + 2y + 1$

**Zadanie 7. (0–1)**

Połowa sumy  $4^{28} + 4^{28} + 4^{28} + 4^{28}$  jest równa

- A.  $2^{30}$
- B.  $2^{57}$
- C.  $2^{63}$
- D.  $2^{112}$

**Zadanie 8. (0–1)**

Równania  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$  oraz  $y = -\frac{4}{3}$  opisują dwie proste

- A. przecinające się pod kątem o mierze  $90^\circ$ .
- B. pokrywające się.
- C. przecinające się pod kątem różnym od  $90^\circ$ .
- D. równoległe i różne.

**Zadanie 9. (0–1)**

Na płaszczyźnie dane są punkty:  $A = (\sqrt{2}, \sqrt{6})$ ,  $B = (0, 0)$  i  $C = (\sqrt{2}, 0)$ . Kąt  $BAC$  jest równy

- A.  $30^\circ$
- B.  $45^\circ$
- C.  $60^\circ$
- D.  $75^\circ$

**Zadanie 10. (0–1)**

Funkcja  $f$ , określona dla wszystkich liczb całkowitych dodatnich, przyporządkowuje liczbie  $x$  ostatnią cyfrę jej kwadratu. Zbiór wartości funkcji  $f$  zawiera dokładnie

- A. 5 elementów.
- B. 6 elementów.
- C. 9 elementów.
- D. 10 elementów.

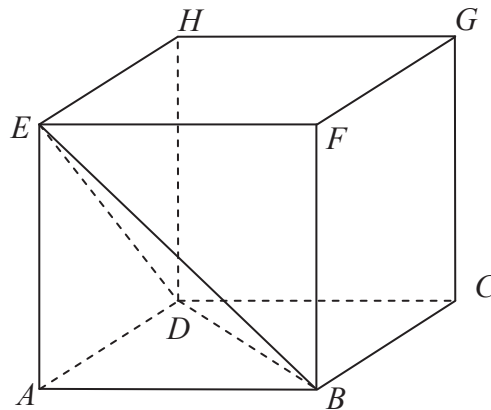
**Zadanie 11. (0–1)**

Ekipa złożona z 25 pracowników wymieniła tory kolejowe na pewnym odcinku w ciągu 156 dni. Jeśli wymianę torów kolejowych na kolejnym odcinku o tej samej długości trzeba przeprowadzić w ciągu 100 dni, to, przy założeniu takiej samej wydajności, należy zatrudnić do pracy o

- A. 14 osób więcej.
- B. 17 osób więcej.
- C. 25 osób więcej.
- D. 39 osób więcej.

**Zadanie 12. (0–1)**

Z sześcianu  $ABCDEFGH$  o krawędzi długości  $a$  odcięto ostrosłup  $ABDE$  (zobacz rysunek).

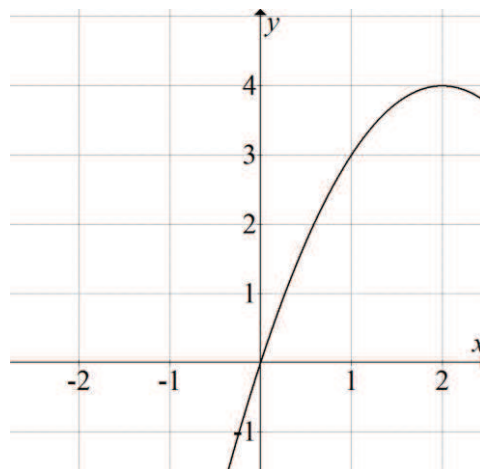


Ile razy objętość tego ostrosłupa jest mniejsza od objętości pozostałej części sześcianu?

- A. 2 razy.                      B. 3 razy.                      C. 4 razy.                      D. 5 razy.

**Zadanie 13. (0–1)**

W układzie współrzędnych narysowano część paraboli o wierzchołku w punkcie  $A = (2, 4)$ , która jest wykresem funkcji kwadratowej  $f$ .



Funkcja  $f$  może być opisana wzorem

- A.  $f(x) = (x - 2)^2 + 4$   
B.  $f(x) = (x + 2)^2 + 4$   
C.  $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$   
D.  $f(x) = -(x + 2)^2 + 4$

**Zadanie 14. (0–1)**

Punkty  $A = (-6 - 2\sqrt{2}, 4 - 2\sqrt{2})$ ,  $B = (2 + 4\sqrt{2}, -6\sqrt{2})$ ,  $C = (2 + 6\sqrt{2}, 6 - 2\sqrt{2})$  są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku  $ABCD$ . Przekątne tego równoległoboku przecinają się w punkcie

A.  $S = (-1 + 4\sqrt{2}, 5 - 5\sqrt{2})$

B.  $S = (-2 + \sqrt{2}, 2 - 4\sqrt{2})$

C.  $S = (2 + 5\sqrt{2}, 3 - 4\sqrt{2})$

D.  $S = (-2 + 2\sqrt{2}, 5 - 2\sqrt{2})$

**Zadanie 15. (0–1)**

Liczba  $\sin 150^\circ$  jest równa liczbie

A.  $\cos 60^\circ$

B.  $\cos 120^\circ$

C.  $\operatorname{tg} 120^\circ$

D.  $\operatorname{tg} 60^\circ$

**Zadanie 16. (0–1)**

Na ścianie kamienicy zaprojektowano mural utworzony z szeregu trójkątów równobocznych różnej wielkości. Najmniejszy trójkąt ma bok długości 1 m, a bok każdego z następnych trójkątów jest o 10 cm dłuższy niż bok poprzedzającego go trójkąta. Ostatni trójkąt ma bok długości 5,9 m. Ile trójkątów przedstawia mural?

A. 49

B. 50

C. 59

D. 60

**Zadanie 17. (0–1)**

Dany jest trójkąt równoramienny, w którym ramię o długości 20 tworzy z podstawą kąt  $67,5^\circ$ . Pole tego trójkąta jest równe

A.  $100\sqrt{3}$

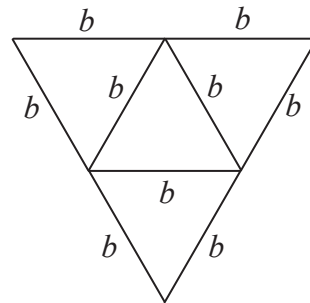
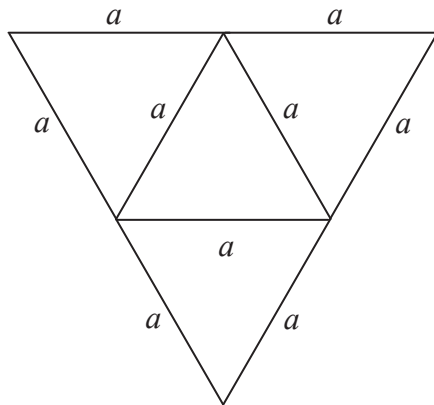
B.  $100\sqrt{2}$

C.  $200\sqrt{3}$

D.  $200\sqrt{2}$

**Zadanie 18. (0–1)**

Na rysunkach poniżej przedstawiono siatki dwóch ostrosłupów.

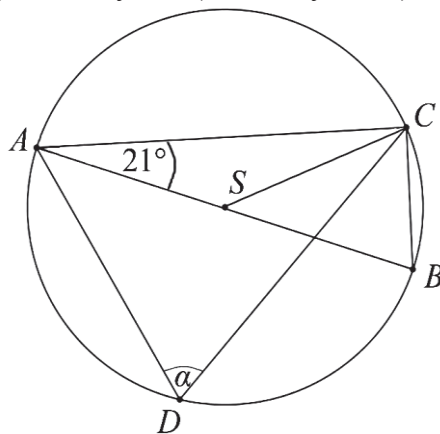


Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi  $a$  jest dwa razy większe od pola powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi  $b$ . Ile razy objętość ostrosłupa o krawędzi  $a$  jest większa od objętości ostrosłupa o krawędzi  $b$ ?

- A.  $\sqrt{2}$                       B. 2                      C.  $2\sqrt{2}$                       D. 4

**Zadanie 19. (0–1)**

Na okręgu o środku  $S$  leżą punkty  $A, B, C$  i  $D$ . Odcinek  $AB$  jest średnicą tego okręgu. Kąt między tą średnicą a cięciwą  $AC$  jest równy  $21^\circ$  (zobacz rysunek).



Kąt  $\alpha$  między cięciwami  $AD$  i  $CD$  jest równy

- A.  $21^\circ$                       B.  $42^\circ$                       C.  $48^\circ$                       D.  $69^\circ$

**Zadanie 20. (0–1)**

Średnia arytmetyczna zestawu danych: 3, 8, 3, 11, 3, 10, 3,  $x$  jest równa 6. Mediana tego zestawu jest równa

- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8

**Zadanie 21. (0–1)**

Dany jest ciąg geometryczny  $(a_n)$ , w którym  $a_1 = -\sqrt{2}$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = -2\sqrt{2}$ . Dziesiąty wyraz tego ciągu, czyli  $a_{10}$ , jest równy

- A. 32                      B. -32                      C.  $16\sqrt{2}$                       D.  $-16\sqrt{2}$

**Zadanie 22. (0–1)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = \frac{24-4n}{n}$  dla  $n \geq 1$ . Liczba wszystkich całkowitych nieujemnych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. 7                      B. 6                      C. 5                      D. 4

**Zadanie 23. (0–1)**

Rzucamy sześć razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech  $p_i$  oznacza prawdopodobieństwo wyrzucenia  $i$  oczek w  $i$ -tym rzucie. Wtedy

- A.  $p_6 = 1$                       B.  $p_6 = \frac{1}{6}$                       C.  $p_3 = 0$                       D.  $p_3 = \frac{1}{3}$

**Zadanie 24. (0–1)**

Wskaż liczbę, która spełnia równanie  $4^x = 9$ .

- A.  $\log 9 - \log 4$                       B.  $\frac{\log 2}{\log 3}$                       C.  $2\log_9 2$                       D.  $2\log_4 3$